

Изборно такмичење за Европску женску математичку олимпијаду ученика Босне и Херцеговине

Сарајево, 17. 2. 2019. године

1. Нека су x_1, x_2, \dots, x_n ненегативни реални бројеви. Ријешити систем једначина:

$$x_k + x_{k+1} = x_{k+2}^2, (k = 1, 2, \dots, n),$$

гдје је $x_{n+1} = x_1, x_{n+2} = x_2$.

2. Нека су $1 = d_1 < d_2 < \dots < d_k = n$ сви природни дјелиоци природног броја n . Наћи све могуће вриједности броја k ако је $n = d_2 d_3 + d_2 d_5 + d_3 d_5$.

3. Кружница уписана у троугао ABC додирује странице AB и AC у тачкама K и L , редом. Симетрале унутрашњих углова које исходе из тјемева B и C сијеку висину троугла из тјемева A у тачкама Q и P , редом. Доказати да једна од тачака пресека кружница описаних око троуглова BKQ и CPL припада страници BC .

4. Нека је n природан број. На кружници се налази n плавих, n црвених и једна зелена тачка. Доказати да је могуће повући n дужи чији су крајеви у датим тачкама, тако да из сваке тачке излази максимално једна дуж, никоје две дужи се не сијеку и крајње тачке ниједне од дужи нису плава и црвена тачка.

Вријеме за израду задатака је 240 минута.

Сваки задатак вриједи 7 бодова.

СРЕЋНО!