

## DODATNO TAKMIČENJE ZA IZBOR 6. ČLANA EKIPE

1. Za koje sve složene prirodne brojeve je moguće rasporediti sve njihove djelioce veće od 1 oko kruga tako da ne postoje dva susjedna broja koja su uzajamno prosta?
2. Neka je  $I$  centar upisane kružnice u trougao  $ABC$ . Neka su  $D$  i  $S$  presjeci prave  $AI$  sa  $BC$  i sa kružnicom opisanom oko trougla  $ABC$ , redom. Neka su  $K$  i  $L$  centri upisanih kružnica trouglova  $DSB$  i  $DCS$ , redom. Tačka  $P$  je tačka simetrična tački  $I$  u odnosu na  $KL$ . Dokazati da je  $BP$  okomito na  $CP$ .
3. Neka je  $n \geq 3$  neparan prirodan broj. Niz poligona  $P_1, P_2, \dots, P_{n^2-n+1}$  je definisan na sljedeći način:
  - i.  $P_1$  je pravilan poligon sa  $n$  vrhova;
  - ii.  $P_{k+1}$  je pravilan poligon čiji su vrhovi sredine stranica poligona  $P_k$ , za sve  $k = 1, 2, \dots, n^2 - n$ .

Naći maksimalan broj  $t$ , takav da za bilo koje bojenje vrhova ovih poligona sa  $t$  boja, postoji jednakokraki trapez čiji su svi vrhovi iste boje.

Vrijeme za izradu zadataka je 270 minuta.

Svaki zadatak vrijedi 7 poena.