DODATNO TAKMIČENJE ZA IZBOR 6. ČLANA EKIPE

1. Naći sve funkcije $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ takve da vrijedi
$$f(f(x)^2 + f(y)) = xf(x) + y$$
za sve realne brojeve x, y.

2. Neka je $n \geq 3$ prirodan broj. Posmatrajmo konveksan n-tougao, svaka stranica i svaka dijagonala je obojena jednom od n boja. Za koje takve prirodne brojeve n postoji bojenje takvo da za svake tri od datih n boja postoji trougao čiji su vrhovi vrhovi n-tougla, i njegove stranice su obojene sa te tri boje.

3. Neka je ABC trougao, k je kružnica opisana oko njega, I je centar upisane kružnice tog trougla, a I_A je centar pripisane kružnice tog trougla u odnosu na stranicu BC. Upisana kružnica dodiruje BC u D, a data pripisana dodiruje BC u E. Neka je M sredina luka BC koji ne sadrži tačku A. Posmatrajmo krug koji dodiruje BC u D i luk BAC(kružnice k) u T. Ako TI siječe k ponovo u S, dokazati da se prave SI_A i ME sijeku na k.