05-10 May 2016 Tirana, Albania

Language: **Serbian**

Задатак 1.

Наћи све инјективне функције $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ такве да за сваки реалан број x и сваки природан број n важи

$$\left|\sum_{i=1}^{n} i\big(f(x+i+1) - f(f(x+i))\big)\right| < 2016.$$

Задатак 2.

Нека је $ABCD$ тетиван четвороугао у ком важи $AB < CD$. Његове дијагонале се секу у тачки F, а праве AD и BC се секу у тачки E. Нека су K и L подножја нормала из тачке F на праве AD и BC, редом, и нека су M, S и T средишта дужи EF, CF и DF, редом. Доказати да друга тачка пресека кружница описаних око $\triangle MKT$ и $\triangle MLS$ лежи на дужи CD.

Задатак 3.

Наћи све моничне полиноме f с целобројним коефицијентима који испуњавају следећи услов: постоји природан број N такав да p дели $2\,(f(p)!) + 1$ за сваки прост број $p > N$ за који је $f(p)$ позитивно.

Напомена: Полином називамо моничним уколико је његов водећи коефицијент једнак 1.

Задатак 4.

Раван је подељена на јединичне квадрате, чиме је формирана бесконачна мрежа. Сваки јединични квадрат је обојен једном од 1201 могућих боја, при чему ниједан правоугаоник обима 100 не садржи два квадрата исте боје. Показати да ниједан правоугаоник формата 1×1201 ни 1201×1 не садржи два квадрата исте боје.

Напомена: Подразумева се да странице свих поменутих правоугаоника леже на посматраној мрежи.