39. МЕЂУНАРОДНА МАТЕМАТИЧКА ОЛИМПИЈАДА
Тајван – Тајпеј, 10.–21. јул 1998.

Први дан
15. јул 1998.

1. У конвексном четвороуглу $ABCD$, дијагонале AC и BD су међусобно нормалне, а наспрамне странице AB и DC нису паралелне. Нека се тачка P, у којој се секу симетрале страница AB и DC, налази унутар четвороугла $ABCD$. Доказати да је $ABCD$ тетиван четвороугао ако и само ако троуглови ABP и CDP имају једнаке површине. *(Луксембург)*

2. На такмичењу учествује a такмичара и b судија, при чему је $b \geqslant 3$ непаран природан број. Сваки судија оцењује сваког такмичара или са „прошао“ или са „пао“. Нека је k број такав да се за сваку двојицу судија њихове оцене поклапају код највише k такмичара. Доказати да је

$$\frac{k}{a} \geqslant \frac{b-1}{2b}\,.$$

(Индија)

3. За сваки природан број n нека је $d(n)$ број природних делилаца броја n (укључујући 1 и сам број n). Одредити све природне бројеве k такве да за неко n важи

$$\frac{d(n^2)}{d(n)} = k.$$

(Белорусија)

Време за рад: 4 сата и 30 минута
Сваки задатак вреди 7 поена

39. МЕЂУНАРОДНА МАТЕМАТИЧКА ОЛИМПИЈАДА
Тајван – Тајпеј, 10.–21. јул 1998.

Други дан
16. јул 1998.

4. Одредити све парове (a, b) природних бројева такве да је број $a^2b + a + b$ дељив са $ab^2 + b + 7$. *(Велика Британија)*

5. Нека је I центар уписане кружнице троугла ABC. Нека уписана кружница додирује странице BC, CA и AB у тачкама K, L и M, редом. Права која садржи тачку B и паралелна је са MK сече праве LM и LK редом у тачкама R и S. Доказати да је $\sphericalangle RIS$ оштар. *(Украјина)*

6. Одредити најмању могућу вредност броја $f(1998)$, где је функција $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ таква да важи

$$f(t^2 f(s)) = s \cdot (f(t))^2,$$

за све s и t из $\mathbb{N}$. *(Бугарска)*

Време за рад: 4 сата и 30 минута
Сваки задатак вреди 7 поена