МАЛА ОЛИМПИЈАДА

Бечеј, 12. април 1998.

1. Из шпила карата за игру, четири *тројке*, четири *четворке* и четири *петице* су издвојене и поређане на сто са лицем на горе. Играчи A и B редом узимају карте једну по једну и стављају их на гомилу. Почиње играч A. Играч после чијег потеза је збир вредности карата на гомили

(a) већи од 34;
(b) већи од 37

губи. Који играч има победничку стратегију?

2. У конвексном четвороуглу $ABCD$, дијагонала AC сече дијагоналу BD у њеном средишту S. Полупречници уписаних кругова троуглова ABS, BCS, CDS, DAS су r_1, r_2, r_3, r_4, редом. Доказати неједнакост

$$|r_1 - r_2 + r_3 - r_4| \leq \frac{1}{8}|AB - BC + CD - DA|.$$

3. Доказати да не постоје природни бројеви n и $k \leq n$ такви да бројеви

$$\binom{n}{k}, \binom{n}{k+1}, \binom{n}{k+2}, \binom{n}{k+3}$$

тим редом чине аритметичку прогресију.

Време за рад 3 *сата.*
Сваки задатак вреди 25 *поена.*