99 interesantnih zadataka elementarne matematike

1. Neka je $ABCDEF$ pravilan šestougao sa centrom O. Tačke M i N su središta CD i DE, a L je presek pravih AM i BN. Dokazati da je površina trougla ALB jednaka površini četvorougla $DMLN$ i $\angle OLD = 90^o$ i $\angle ALO = \angle OLN = 60^o$.

2. Dokazati da ako su a, b, c pozitivni realni brojevi takvi da je $abc = 1$ tada važi

$$1 + \frac{3}{a+b+c} \geq \frac{6}{ab+bc+ac}$$

3. Dve kružnice se seku u tačkama A i B. Neka je C tačka prve kružnice, različita od A i B. Označimo sa D tačku preseka prave CA sa drugom kružnicom, različitu od A. Neka su M i N središta lukova BC i BD, koji ne sadrži tačku A, a K središte duži CD. Dokazati da je $\angle MKN$ prav.

4. Dokazati da niz a sadrži sve prirodne brojeve osim kvadrata.

$$a_n = \lfloor n + \sqrt{n} + \frac{1}{2} \rfloor$$

5. Dokazati da za nenegativne realne brojeve $a_1, a_2, \ldots, a_n$ i $b_1, b_2, \ldots, b_n$ važi:

$$\sqrt[n]{(a_1+b_1)(a_2+b_2)\cdot\ldots\cdot(a_n+b_n)} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 \cdot \ldots \cdot a_n} + \sqrt[n]{b_1 b_2 \cdot \ldots \cdot b_n}$$

6. Neka su O i H centar opisane kružnice i ortocentar, redom. Dokazati da je $|OH| < 3R$, gde je R poluprečnik opisanog kruga.

7. U kompaniji radi $2n+1$ ljudi. Za svakih n ljudi postoji čovek koji ih sve poznaje. Ako je poznanstvo uzajamno, pokazati da postoji čovek koji poznaje sve ostale.

8. Neka je ABC trougao. Van trougla ABC konstruisani su jednakokraki trouglovi BCD, CAE, ABF, sa bazama BC, CA, AB. Dokazati da se normale iz A, B, C na duži EF, FD, DE respektivno, seku u jednoj tački.

9. Neka je D tačka na stranici AB trougla ABC, i neka je E tačka unutrašnja tačka preseka duži CD i zajedničke spoljašnje tangente upisanih krugova u trouglove ACD i BCD. Ako D prolazi duži AB, dokazati da tačka E ide po luku nekog kruga.

10. Dato je n pravih u ravni, tako da se nikoje tri ne seku u istoj tački. Dokazati da je medju delovima ravni ograničenim ovim pravama pojavljuju bar $\lfloor \frac{2n-2}{3} \rfloor$ trougla.

11. Na tabli je dato n pozitivnih realnih brojeva. Tada se bilo koja dva odabrana broja a i b obrišu i umesto njih upiše broj $\frac{a+b}{4}$. Ovo se ponavlja dok ne ostane jedan broj na tabli. Ako su početni brojevi bili jedinice, dokazati da je poslednji broj veći ili jednak od $\frac{1}{n}$.

12. Dati su pozitivni brojevi a, b, c, x, y, z, takvi da je $a + x = b + y = c + z = 2005$. Dokazati da je $ay + bz + cx < 2005^2$.

13. Dokazati da se u koordinatnoj ravni može nacrtati kružnica koja ne prolazi ni kroz jednu tačku sa celobrojnim koordinatama, a u čijoj se unutrašnjosti nalaze tačno 2003 takve tačke.

14. Naći sve $a, b \in N$ za koje je broj prirodan:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{a}{b+1} \in N$$

15. Unutar trougla ABC data je tačka O. Prave AO, BO, CO seku naspramne stranice trougla u P, Q, R. Dokazati:

$$\frac{AO}{OP} \cdot \frac{BO}{OQ} \cdot \frac{CO}{OR} \geq 8$$

16. Dokazati da u trouglu važi nejednakost (a, b, c su stranice, a S površina trougla):

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq 4S\sqrt{3}$$

17. Krugovi k_1 i k_2 se seku u tačkama M i N. Neka je l zajednička tangenta ovih krugova, bliža tački M, koja dodiruje k_1 u A i k_2 u B. Prava kroz M paralelna pravoj l seče krugove k_1 i k_2 u tačkama C i D, redom. Prave CA i BD se seku u E, AN i CD u P, BN i CD u Q. Dokazati da se $EP{=}EQ$.

18. Ako je $ab = cd$, dokazati da je $a^n + b^n + c^n + d^n$ složen.

19. Dokazati da se pri rasporedjivanju 6 tačaka u pravougaonik dimenzije 4×3 moraju naći dve tačke na rastojanju manjem ili jednakom od $\sqrt{5}$.

20. Neka je I centar upisanog kruga u trougao ABC, r njegov poluprečnik i N sredina težišne duži CM. Dokazati da ako je $r = CN - IN$ tada je ili $AC = BC$ ili je $\angle ACB$ prav.

21. Dokazati da broj $2^{2^{2005}} - 1$ ima bar 2005 različita prosta faktora.

22. Dat je trougao ABC u kome je $\angle A > 45^o$ i $\angle B > 45^o$. Izvan trougla su konstruisani jednakokrako pravougli trouglovi DCB i ECA, sa pravim uglovima u temenu C. Tačka P se nalazi unutar trougla ABC i pri tome je $\triangle ABR$ jednakokrako pravougli sa pravim uglom u temenu P. Dokazati da je trougao DEP jednakokrako pravougli.

23. Neka je $ABCD$ konveksan četvorougao, takav da se dijagonale AC i BD seku pod pravim uglom i neka je E njihov presek. Dokazati da su tačke simetrične tački E u odnosu na AB,BC,CD,DA konciklične.

24. Neparan prost broj može da se predstavi kao zbir kvadrata dva prirodna broja na najviše jedan način.

25. Na tabli je dato $n \geq 12$ uzastopnih brojeva. Igrači A i B naizmenično brišu po jedan broj sa table, sve dok ne ostanu dva broja x i y. A pobedjuje ako je $NZD(x, y) = 1$, a B u suprotnom. Ko ima pobedničku strategiju?

26. Rešiti jednačinu u skupu racionalnih brojeva

$$x^3 + 3y^3 + 9z^3 - 9xyz = 0$$

27. Neka je $n \geq 2$ prirodan broj sa deliocima $1 = d_1 < d_2 < \ldots < d_k = n$. Dokazati da je $d_1d_2 + d_2d_3 + \ldots + d_{k-1}d_k$ uvek manji od n^2 i odrediti kada on deli n^2.

28. Dat je niz brojeva (a_n), definisan na sledeći način:

$$a_0 = \frac{1}{2},\ a_n = \frac{2n-3}{2n}a_{n-1}$$

Dokazati da je $\sum_{k=1}^{n} a_k < 1$ za svako $n \geq 2$.

29. U spoljašnjosti trougla ABC konstruisani su kvadrati $ABB'B''$, $ACC'C''$, $BCXY$. Neka je P centar kvadrata $BCXY$. Dokazati da se CB'', BC'', AP seku u jednoj tački.

30. Neka je $k = NZD(n, m)$. Dokazati da je najveći zajednički delilac za F_m i F_n jednak F_k.

31. Tabla 1999×1999 je popločana figurama: L (3 kockice), kvadrat (4 kockice), zmijica (4 kockice, kao kvadrat, samo donji red pomeren za jedno mesto). Dokazati da u popločavanju učestvuje bar 3999 figura tipa L.

32. Dokazati da je $n \in N$ ispunjeno:

$$\frac{n^2}{3} + \frac{n}{2} + \frac{1}{6} \geq \sqrt[n]{(n!)^2}$$

33. Koliko najviše podskupova od $\{1, 2, \ldots, n\}$ može da sadrži familija Φ, ako nijedan od njih nije podskup nekog drugog iz Φ?

34. U nizu $1, 1, 2, 3, 5, 8, 3, 1, 4, \ldots$, svaki član počev od trećeg je jednak zbiru prethodna dva po modulu 10. Dokazati da je niz čisto periodičan i odrediti maksimalnu dužinu perioda.

35. Neka je O centar opisanog kruga oko ABC i $AB > AC > BC$. Tačka D je proizvoljna tačka na manjem luku BC. Neka su E i F tačke na AD takve da je $AB \perp OE$ i $AC \perp OF$, a tačka P je presek BE i CF. Ako je $PB = PC + PO$, dokazati da je $\angle BAC = 30^o$.

36. Table dimenzija $n \times n$ je popunjena prirodnim brojevima, tako da se svaka dva susedna broja razlikuju za najviše 1 po apsolutnoj vrednosti. Brojevi su susedni ako se nalaze u poljima koja dele zajedničku stranu. Dokazati da postoji broj koji se pojavljuje bar n puta u tabli.

37. Dokazati da je:

$$S = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+2}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3}} + \ldots + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \ldots + \frac{1}{1+2+\ldots+2000}} < 1003$$

38. Ako je $a, b > 0$ i $a + b = 1$, dokazati da je $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 \geq \frac{25}{2}$.

39. Za svaki konveksan n-tougao postoje tri uzastopna temena A, B, C, tako da krug opisan oko ABC sadrži ceo mnogougao.

40. Neka je P tačka u unutrašnjosti trougla ABC, sa stranicama $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$ i $PA = x$, $PB = y$, $PC = z$. Dokazati da je:

$$ayz + bxz + cxy \geq abc$$

Jednakost važi ako i samo ako je P centar opisane kružnice oko $\triangle ABC$.

41. Realni brojevi $x_1, x_2, \ldots, x_n$ zadovoljavaju uslove: $x_i \in R$, $x_i \geq -1$, $\sum_{i=1}^{n} x_i^3 = 0$. Dokazati da tada važi: $\sum_{i=1}^{n} x_i \leq \frac{n}{3}$

42. Neka realni brojevi $x_1, x_2, \ldots, x_n$ zadovoljavaju $x_{i+j} \leq x_i + x_j$ za sve $i, j \leq n$. Dokazati nejednakost:

$$x_1 + \frac{x_2}{2} + \frac{x_3}{3} + \ldots + \frac{x_n}{n} \geq x_n$$

43. Dat je krug k i njegov prečnik AB. Neka je P proizvoljna tačka tog kruga različita od A i B. Projekcija tačke P na AB je Q. Presek kruga čiji je centar u P poluprečnika PQ seče krug k u C i D. Presek prave CD i PQ je tačka E. Neka je F sredina AQ, a normala iz F na CD je G. Dokazati da je $EP = EQ = EG$ i da su tačke A, G i P kolinearne.

44. Iz skupa $M = \{1, 2, 3, \ldots, 2n, 2n + 1\}$ je izdvojen maksimalni podskup A, koji ne sadrži tri elementa tako da je $a_i + a_j = a_k$, gde a_i, a_j, a_k mogu biti isti brojevi. Odrediti koliko elemenata ima skup A i sve mogućnosti za A.

45. Data je stogo rastuća funkcija na prirodnim brojevima $f(n)$ koja zadovoljava uslov $f(f(n)) = 3n$. Naći f(2005).

46. U konačnom nizu, suma svakih 7 uzastopnih brojeva je negativna, a suma svakih 11 uzastopnih brojeva je pozitivna. Odrediti najveći broj članova niza.

47. Dat je konveksan četvorougao $ABCD$ i tačka X unutar njega. Ako je $XA^2 + XB^2 + XC^2 + XD^2 = 2 \cdot S[ABCD]$, tada je $ABCD$ kvadrat i X njegov centar.

48. Naći sve parove prirodnih brojeva (m, n), takvih da su $m + n$ i $mn + 1$ stepeni dvojke.

49. Dokazati da se tabla formata $m \times n$ može popločati figurama u obliku slova L od 4 kockice (kao konj u šahu) akko 8 deli mn.

50. Dokazati da je svaki konveksan poligon površine manje ili jednake 1, sadržan u pravougaoniku površine manje ili jednake 2.

51. U trouglu ABC važi $\angle A = 80^o$ i $\angle B = 50^o$. Data je tačka M unutar trougla, tako da je $\angle MAC = 10^o$ i $\angle MCA = 20^o$. Naći $\angle MBC$.

52. Za Fibonačijeve brojeve $(F_0 = 0, F_1 = 1, F_{n+1} = F_n + F_{n-1})$ važe jednakosti: $F_{n-1}F_{n+1} = {F_n}^2 + (-1)^n$ i $F_{m+n+1} = F_mF_n + F_{m+1}F_{n+1}$.

53. Na kružnoj stazi dato je n kanti benzina razne zapremine. Poznato je da ukupna količina benzina u kantama tačno dovoljna da se obidje ceo krug. Dokazati da postoji mesto na stazi sa koga može da se krene i obidje ceo krug, sakupljajući benzin iz kanti na koje se naidje.

54. Ako je $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ naći minimum izraza

$$\frac{xy}{z} + \frac{xz}{y} + \frac{yz}{x}$$

55. Dat je pravilan $4n$-tougao. Izvršena je particija ovog mnogougla na paralelograme. Dokazati da u razlaganju učestvuje bar n pravougaonika.

56. Upisani krug u $\triangle ABC$ dodiruje BC, CA i AB u D, E i F, redom. Tačka X je unutar trugla ABC takva da upisani krug u XBC dodiruje BC u D takodje, a CX i XB u Y i Z, respektivno. Dokazati da je $EFZY$ tetivan četvorougao.

57. Dokazati da postoji beskonačno mnogo prirodnih brojeva n, sa osobinom da je suma svih pozitivnih delilaca od n, isključujući n, jednaka $n + 12$.

58. Špil od 52 karte, obeležene brojevima od 1 do 52 promešan je tako da se i-ta karta ne nalazi na i-toj poziciji, za $i = 1, 2, \ldots, 52$. Pokazati da je špil moguće preseći tako da najmanje dve karte dospeju na svoju poziciju, tj. poziciju sa brojem kojim su označene.

59. Tačke E, D i F su redom središta stranica BC, CA i AB trougla ABC. Neka je L tačka koja polovi izlomljenu liniju BAC, tj. deli je na dva dela jednakih dužina. Isto tako tačka M polovi izlomljenu liniju CBA, a tačka N izlomljenu liniju ACB. Dokazati da su prave DM, EL i FN konkurentne.

60. Dat je jednakokraki trougao ABC, $AB = AC$. Neka je D proizvoljna tačka duži BC, takva da je $BC > BD > DC > 0$. Neka su redom k_1 i k_2 opisani krugovi oko trouglova ABD i ADC. Neka su redom BB' i CC' prečnici krugova k_1 i k_2, a M središte duži $B'C'$. Dokazati da je površina trougla MBC konstantna, odnosno da ne zavisi od položaja tačke D.

61. Neka su a i b realni brojevi koji u zbiru daju 1. Ako su a^3 i b^3 racionalni, dokazati da je i a racionalan.

62. U trouglu ABC, BD je simetrala ugla. Tačke E i F su normale iz A i C na pravu BD, redom. M je normala iz D na BC. Pokazati da je $\angle DME = \angle DMF$.

63. Dat je romb $ABCD$ kod koga je $\angle BAD = 60^o$. Unutar trouglova ABD i DBC date su tačke S i R redom, tako da je $\angle SBR = \angle RDS = 60^o$. Dokazati da je $SR^2 \geq AS \cdot CR$.

64. Dat je oštrougli trougao ABC. Neka je tačka D sredina luka BC kruga opisanog oko trougla ABC, koji ne sadrži tačku A. Tačka E je simetrična tački D u odnosu na pravu BC, a DF je prečnik opisanog kruga. Neka su K i M sredine duži EA i BC.
Dokazati da krug koji prolazi kroz sredine stranica trougla ABC sadrži tačku K i da je AF normalno na KM.

65. Dat je krug sa centrom O i prečnikom BC. Neka je A tačka na krugu tako da je $\angle AOB < 120^o$ i D sredina luka AB koji ne sadrži tačku C. Prava kroz O paralelna sa DA seče AC u I. Simetrala duži OA seče krug u tačkama E i F. Dokazati da je I centar opisanog kruga oko CEF.

66. Neka je $ABCD$ tetivan četvorougao. Tada važi:

$$2|AC - BD| \leq |AB - CD| + |BC - AD|$$

67. Neka su A, B, C tačke sa celobrojnim koordinatama u R^2. Dokazati da su A, B i C tačke nekog kvadrata ako važi:

$$(AB + BC)^2 < 8 \cdot S[ABC] + 1$$

68. Dato je $n+1$ različitih brojeva iz skupa $\{1, 2, \ldots, 2n\}$. Dokazati da medju njima postoje dva uzajamno prosta broja i dva broja a i b, tako da $a|b$.

69. U skupu od $2n$ ljudi postoje dva čoveka sa parnim brojem zajedničkih prijatelja.

70. Vojnik se izgubio u šumi. Poznato je da je šuma konveksnog oblika i da joj je površina jednaka S. Dokazati da vojnik može izaći iz šume, a da ne predje put duži od $\sqrt{2\pi S}$.

71. Dat je trougao ABC površine 1. Prvi igrač bira tačku na X na AB, zatim drugi bira tačku Y na BC i na kraju prvi igrač bira tačku Z na duži AC. Cilj prvog igrača je da maksimizira površinu trougla XYZ. Koja je najveća površina koju može da osvoji, nezavisno od poteza igrača B?

72. Data je gomila sa n žetona. Igrači A i B igraju naizmenično. Na početku A uzme proizvoljan broj $0 < s < n$ žetona. Nadalje igrač može uzeti samo broj žetona koji je delilac prethodnog poteza suprotnog igrača. Pobednik je onaj igrač koji uzme poslednji žeton. Za koje vrednosti n pobedjuje A, a za koje B?

73. Krug sa centrom na stranici AB tetivnog četvorougla $ABCD$ dodiruje ostale tri strane četvorougla. Dokazati da je $AD + BC = AB$.

74. Naći sumu svih razlomaka $\frac{1}{xy}$, gde su x i y uzajamno prosti brojevi i važi $x \leq n$ i $y \leq n$ i $x + y > n$.

75. Realni brojevi α i β zadovoljavaju jednačine: $\alpha^3 - 3\alpha^2 + 5\alpha = 1$ i $\beta^3 - 3\beta^2 + 5\beta = 5$. Odrediti $\alpha + \beta$.

76. Dat je polinom $P(x)$ sa celobrojnim koeficijentima. Da li postoje celi brojevi a, b, c tako da je $P(a) = b$, $P(b) = c$ i $P(c) = a$?

77. Neka su a, b, c, stranice trougla ABC, a t_a, t_b, t_c težišne duži i R poluprečnik opisanog kruga. Dokazati nejednakost:

$$\frac{a^2 + b^2}{t_c} + \frac{b^2 + c^2}{t_a} + \frac{a^2 + c^2}{t_b} \leq 12R$$

78. Dato je deset segmenata koji su veći od $1cm$ i manji od $55cm$. Dokazati da se mogu odabrati tri segmenta koji čine stranice trougla.

79. Dokazati da za pozitivne realne brojeve a, b, c važi:

$$abc(ab + bc + ac) \leq a^3b^2 + b^3c^2 + c^3a^2$$

Kada važi znak jednakosti?

80. Na stolu se nalazi gomila kartica i na svakoj je zapisan broj od 1 do n. Suma svih brojeva na karticama je $k \cdot n!$. Dokazati da se kartice mogu podeliti u k grupa, tako da je suma brojeva u svakoj grupi jednaka $n!$.

81. Neka je $1 \leq a_1 < a_2 < \ldots < a_k \leq n$ niz celih brojeva, takav da je $NZS(a_i, a_j) > n$. Dokazati da je:

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{a_i} \leq \frac{3}{2}$$

82. U trouglu ABC data je tačka P takva da je $\angle PAC = \angle PBC$. Iz P su spuštene normale PM i PN na stranice CA i CB, redom. Ako je C_1 središte stranice AB, dokazati da je $C_1M = C_1N$.

83. Neka su a, b, c stranice trougla čiji su odgovarajući uglovi $\alpha = 40^o$, $\beta = 60^o$ i $\gamma = 80^o$. Dokazati da je:

$$a(a + b + c) = b(b + c)$$

84. Naći minimum izraza $(x+y)(y+z)$, ako su x, y, z pozitivni realni brojevi i $xyz(x+y+z)=1$.

85. Dat je konveksan četvorougao $ABCD$. Za tačku M koja je središte stranice CD važi da je $\angle AMB = 120^o$. Dokazati nejednakost:

$$BC + \frac{CD}{2} + DA \geq AB$$

Pri tome važi jednakost akko je $\angle ADC = \angle BCD = 120^o$.

86. Ako su AA_1, BB_1, CC_1 visine oštrouglog trougla ABC, a A_2, B_2, C_2 tačke u kojima prave AA_1, BB_1, CC_1 seku krug opisan oko ABC, dokazati da je:

$$\frac{AA_2}{AA_1} + \frac{BB_2}{BB_1} + \frac{CC_2}{CC_1} = 4$$

87. Ako su R i r poluprečnici opisanog i upisanog kruga u ABC, a s poluobim dokazati da je trougao pravougli akko $2R + r = s$.

88. ABC je oštrougli trougao, a AD visina iz temena A. X leži na krugu oko ABD i Y leži na krugu oko ACD. Tačke X, D i Y su kolinearne. M je sredina XY, a M' je sredina BC. Dokazati da je MM' normalno na AM.

89. Brojevi $1, 2, 3, ..., 2n-1, 2n$ razbijeni su u dve disjunktne grupe od po n brojeva. Neka su $a_1 < a_2 < \ldots < a_n$ brojevi prve grupe, a $b_1 > b_2 > \ldots > b_n$ brojevi druge grupe. Dokazati da zbir $|a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + \ldots + |a_n - b_n|$ ne zavisi od podele u nizove i izračunati ga.

90. U ravni je dat skup od 9 tačaka, tako da nikoje tri nisu na istoj pravoj. Dokazati da za svaku tačku P iz skupa važi da je broj trouglova koji sadrže P (formirani od preostalih 8 tačaka skupa) paran broj.

91. Upisani krug u trougao PBC dodiruje BC u U i PC u V. Tačka S je na BC je takva da je $BS = CU$. PS seče upisani krug u dve tačke; tačka Q je bliža tački P. Neka je W na PC, tako da je $PW = CV$. Duži BW i PS se seku u R. Dokazati da je $PQ = RS$.

92. Neka je H ortocentar oštrouglog trougla ABC. Zatim neka su tačke M i P sredine duži CH i AB, redom. Presek simetrala uglova $\angle HAC$ i $\angle HBC$ seku se u tački N. Dokazati da su tačke M, N i P kolinearne.

93. Tačka D je na stranici AB trougla ABC, tako da je $AB = 4 \cdot AD$. P je na opisanom krugu tako da je $\angle ADP = \angle ACB$. Dokazati da je $PB = 2 \cdot PD$.

94. Svaki od od brojeva $a_1, a_2, \ldots, a_n$ je jednak -1 ili 1, i važi $a_1a_2a_3a_4 + a_2a_3a_4a_5 + \ldots + a_na_1a_2a_3 = 0$. Dokazati da je n deljivo sa 4.

95. U trouglu ABC, CH ($H \in AB$) je visina iz temena C, a CM i CN ($M, N \in AB$) su simetrale uglova $\angle ACH$ i $\angle BCH$, respektivno. Ako se centar opisanog kruga oko trougla CMN poklapa sa centrom upisanog kruga u trougao ABC, dokazati da važi

$$S[ABC] = \frac{AN \cdot BM}{2}$$

96. $2n$ ambasadora su pozvani na banket. Svaki ambasador ima najviše $n-1$ neprijatelja. Dokazati da se ambasadori mogu rasporediti oko okruglog stola, tako da niko ne sedi do svog neprijatelja.

97. Dokazati da svaki prirodan broj n ima umnožak, čija decimalna reprezentacija sadrži svih 10 cifara.

98. Iz središta svake stranice tetivnog četvorougla konstruisana je normala na suprotnu stranicu. Dokazati da se ove četiri normale seku u jednoj tački.

99. Dato je 9 karata na stolu, numerisanih od 1 do 9. Dva igrača naizmenično povlače poteze. Pobednik je onaj ko ima tri karte, koje u sumi daju 15. Da li neko od igrača ima pobedničku strategiju?