

1. У дати троугао  $ABC$  уписати троугао најмањег обима.
2. У правугаоник  $ABCD$  уписан је четвороугао такав да свака страница правоугаоника садржи по једно његово теме. Доказати да обим тог четвороугла није мањи од збира дијагонала правоугаоника.
3. У равни су дате две различите тачке  $A$  и  $B$ . Одредити шта представља композиција ротација за угао  $\phi$  око тачке  $A$  и око тачке  $B$ . Посебно размотрити случајеве  $\phi = 90^\circ$  и  $\phi = 120^\circ$ .
4. Над страницама  $AB, BC, CD, DA$  конвексног четвороугла  $ABCD$  конструисани су у његовој спољашњости једнакокрако правоугли троуглови  $APB, BQC, CRD, DSA$ . Доказати да су праве  $PR$  и  $SQ$  међусобно нормалне и подударне.
5. Нека су  $A_1, B_1, C_1$  центри квадрата споља конструисаних над ивицама  $BC, CA, AB$  троугла  $ABC$  и нека је тачка  $P$  средиште дужи  $AC$ . Доказати:
  - (а) троугао  $C_1PA_1$  је једнакокрако-правоугли;
  - (б) дужи  $A_1B_1$  и  $CC_1$  су управне и међусобно подударне;
  - (ц) дужи  $AA_1, BB_1, CC_1$  се секу у једној тачки.
6. У равни је дат правилан  $n$ -тоугао  $A_1A_2...A_n$  са центром  $O$ . Доказати да је
 
$$\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OA_n} = 0$$
7. Дате су тачке  $A, B, C$ , као и вредности углова  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$  од којих је свака између  $0$  и  $\pi$ . Одредити шта све може бити композиција
 
$$\mathcal{R}_{C, \gamma_1} \circ \mathcal{R}_{B, \beta_1} \circ \mathcal{R}_{A, \alpha_1}.$$
8. Доказати да центри правилних троуглова конструисаних
  - (а) споља
  - (б) изнутра
 над страницама датог троугла представљају темена правилног троугла.
9. Над страницама  $BC, CD, DA$  конвексног четвороугла  $ABCD$  конструисани су у његовој спољашњости правилино троуглови  $BCB_1, CDC_1, DAD_1$ . Ако су  $P, Q, R$  редом средишта дужи  $B_1C_1, C_1D_1, AB$  доказати да је троугао  $PQR$  правилан.
10. У равни је дат троугао  $A_1A_2A_3$  и тачка  $P_0$ . Означимо са  $A_s = A_{s-3}$  за сваки природан број  $s \geq 4$ . Констриујмо низ тачака  $P_0, P_1, P_2, \dots$  тако да се тачка  $P_{k+1}$  добија ротацијом тачке  $P_k$  за  $120^\circ$  у смеру казаљке на сату око тачке  $A_{k+1}$ , где је  $k \in N_0$ . Доказати да ако је  $P_{1986} = P_0$ , тада троугао  $A_1A_2A_3$  мора бити једнакостраничан.
11. Доказати да је композиција непарног броја централних симетрија - централна симетрија.
12. Конструисати петоугао ако су дата средишта његових страница.
13. Доказати да ограничена фигура у равни не може имати два различита центра симетрије.
14. Ако ограничена фигура у равни има више оса симетрије, доказати да се оне секу у једној тачки.
15. Скуп  $S$  тачака у равни ћемо звати *тотално симетричан* ако садржи бар три елемента и испуњава услов: за сваке две различите тачке  $A, B$  из  $S$  симетрала дужи  $AB$  је оса симетрије скупа тачака  $S$ .  
Доказати да ако је тотално симетричан скуп тачака коначан, онда се он састоји од темена правилног полигона.
16. Доказати да средишта дужи чије су крајње тачке одговарајући парови неке индиректне изометрије, припадају једној правој.
17. Дата су два подударна супротно орјентисана троугла  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$ . Доказати да средишта дужи  $AA_1, BB_1, CC_1$  припадају једној правој.