

ПРОБНО ТАКМИЧЕЊЕ ЗА ИМО

Београд, 7.06.2008.

Први дан

1. Јединични квадрат подељен је на $n > 1$ правоугаоника чије су стране паралелне страницама квадрата. Нека свака права која сече унутрашњост квадрата и која је паралелна некој страници квадрата сече и унутрашњост неког од правоугаоника. Доказати да у овој подели постоји правоугаоник који нема заједничких тачака са границом квадрата.
2. Доказати да за сваки природан број a постоји природан број који почиње бројем a и који се смањује тачно a пута када се природан број a премести са његовог почетка на његов крај.
Нпр. за $a = 4$ важи $\underline{4}10256 = 4 \cdot 1025\underline{64}$.
3. Одредити најмањи позитиван реалан број k који има следеће својство:
Нека је $ABCD$ конвексан четвороугао и нека су A_1 , B_1 , C_1 и D_1 тачке на страницама AB , BC , CD и DA , редом. Нека је S збир најмање две од површинеа троуглова AA_1D_1 , BB_1A_1 , CC_1B_1 и DD_1C_1 , а S_1 површина троугла $A_1B_1C_1D_1$. Тада важи $kS_1 \geq S$.

Време за рад 270 минута.

Сваки задатак писати на засебном папиру.

Желимо вам пуно успеха.